

PROVA MODELO DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

Duração: 120 minutos

A PROVA É CONSTITUÍDA POR **4 GRUPOS (I, II, III e IV)** E CADA GRUPO É CONSTITUÍDO POR DUAS QUESTÕES (1.1, 1.2, ...). DEVE RESPONDER APENAS A **UMA QUESTÃO DE CADA GRUPO** E DEVE IDENTIFICAR DE FORMA CLARA E UNÍVOCA AS QUESTÕES QUE ESCOLHEU PARA RESPONDER.

A COTAÇÃO PARA TODAS AS QUESTÕES É DE 5 VALORES.

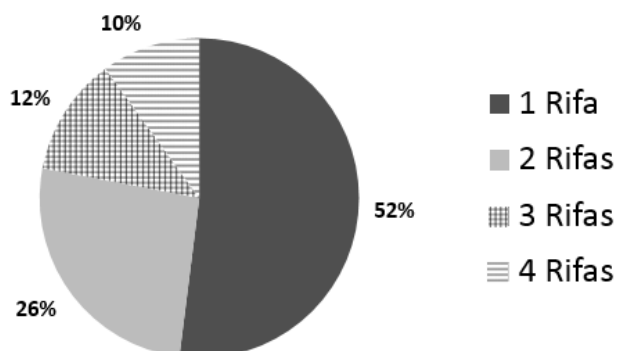
JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS RESPOSTAS E EXPLICITE **TODOS OS CÁLCULOS** QUE EFETUAR.
QUALQUER TENTATIVA DE FRAUDE QUE SEJA DETETADA RESULTARÁ NA ANULAÇÃO DA PROVA

I

1.1. O número de rifas vendidas a cada sócio de uma Associação Recreativa variou de 1 a 4.

1.1.1. O gráfico seguinte mostra, de entre 50 sócios, a percentagem dos que compraram 1, 2, 3 ou 4 rifas.

Percentagem de sócios que compraram rifas



Determine o número de sócios, de entre os 50, que compraram 2 rifas.

1.1.2. Selecionou-se uma amostra de 10 sócios e fez-se uma lista onde se registou o número de rifas compradas por cada um desses 10 sócios. A mediana dessa lista de números é 2,5. Destes 10 sócios houve quatro que compraram 1 rifa, três que compraram 3 rifas e um que comprou 4 rifas. Quantas rifas poderá ter comprado cada um dos outros dois sócios?

1.2. A variância de uma amostra de uma variável estatística é 36. A soma dos quadrados dos desvios em relação à média dessa amostra é 864. Qual é a dimensão da amostra?

(A) 5

(B) 6

(C) 24

(D) 25

II

2.1. Queremos colocar 6 bolas indistinguíveis em 4 caixas distintas, de forma que cada caixa contenha pelo menos uma bola. De quantas maneiras diferentes podem as bolas ficar colocadas nas caixas? Justifique e apresente todos os cálculos.

(A) 4

(B) 8

(C) 10

(D) 12

2.2. No lançamento de dois dados equilibrados ao ar, qual a probabilidade de o total de pontos ser igual a 10? Justifique e apresente todos os cálculos.

(A) $\frac{1}{10}$

(B) $\frac{1}{12}$

(C) $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{2}{23}$

III

3.1. O João comprou um carro novo que lhe custou 28800€. Considerando que a desvalorização do carro é de 15% ao ano, quanto valerá o carro daqui a cinco anos?

3.2. Uma instituição financeira oferece a garantia da obtenção de 1680€ por um depósito inicial de 1500€, em regime de juros simples, num prazo de aplicação igual a seis meses, com uma taxa de juro trimestral. Segundo essa instituição financeira, o capital final é dado pela expressão seguinte $C_n = C_0(1 + i \times n)$. Determine a taxa de juro trimestral que a instituição financeira propõe para este depósito. Apresente o resultado na forma de percentagem.

IV

4.1. Considere três números naturais diferentes, dos quais 1 é o menor. Sabe-se que o valor exato da média aritmética desses três números é 3 e que o seu produto é 15. Quais são os dois números naturais que satisfazem estas condições?

4.2. Seja A o conjunto solução, em $\mathbb{R}$, da inequação $\frac{x-9}{2} + 5 \geq x^2$. Qual dos conjuntos seguintes poderá ser o conjunto A ? Justifique e apresente todos os cálculos.

(A) $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, +\infty[$

(B) $]-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

(C) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

(D) $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

FORMULÁRIO:**Fórmula Resolvente**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right) \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

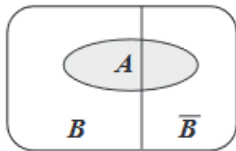
Análise Combinatória

$${}^nC_k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad {}^nA_k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad P_n = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Probabilidades

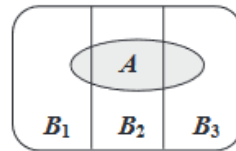
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ com } P(B) \neq 0 \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B})$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3)$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k) \times P(A|B_k)}{P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Binómio de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^n {}^nC_p \cdot a^{n-p} \cdot b^p$$

Desvio-padrão

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{amostra})$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (\text{população})$$

Modelo de crescimento linear

$$P_n = P_0 + n \times r$$

Modelo de crescimento exponencial

$$P_n = P_0 \times r^n$$

Juros Simples

$$C_n = C_0(1 + i \times n)$$

Juros Compostos

$$C_n = C_0 \left(1 + \frac{i}{100} \right)^n$$