



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E DO ENSINO SUPERIOR  
DIRECÇÃO-GERAL DO ENSINO SUPERIOR  
INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR

**ESCOLA SUPERIOR DE GESTÃO DE TOMAR**

Licenciatura Bi-etápica  
em  
Gestão de Comércio e Serviços

Programa

2002/2003

# Matemáticas Gerais

Docentes: Ana Nata (Assistente 1º Triénio)  
Cristina Andrade (Assistente 1º Triénio)



INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR  
**Escola Superior de Gestão de Tomar**

**Área Intradepartamental de Matemática**

Licenciatura Bi-Etápica em Gestão de Comércio e Serviços

## Matemáticas Gerais

**Ano lectivo:** 2002/2003

**Regime:** Anual

**Ano do Curso:** 1º Ano

**Carga Horária Semanal:** 2T + 3P

**Docentes:** Mestre Ana Cristina Nata (Assistente do 1º Triénio)

Mestre Cristina Andrade (Assistente do 1º Triénio)

---

### Programa

#### 1ª Parte – ÁLGEBRA LINEAR

##### I – Revisões de algumas noções básicas

1. Propriedades das operações com números reais
2. Operações com números racionais
3. Operações com números complexos

##### II - Matrizes

1. Generalidades sobre matrizes
2. Álgebra de matrizes
3. Vectores
4. Dependência e independência linear das filas de uma matriz



- 4.1. As três operações elementares sobre uma matriz. Teorema sobre dependência e independência linear das linhas (colunas) de uma matriz
- 4.2. Condensação e característica de uma matriz
5. Sistemas de equações lineares
  - 5.1. Teorema de Rouché
  - 5.2. Sistemas de equações lineares homogêneos
6. Matrizes especiais
7. Inversão de matrizes

### III - Determinantes

1. Definição
  - 1.1. Determinante menor, menor complementar e complemento algébrico
  - 1.2. Propriedades dos determinantes
  - 1.3. Teorema de Jacobi (extensão do teorema de *Laplace*)
2. Determinantes especiais
3. Composição e decomposição de determinantes
4. Característica de um determinante
5. A teoria dos determinantes e a inversão de uma matriz
6. Aplicação aos sistemas de equações lineares
  - 6.1. Sistemas de equações lineares homogêneos

## 2ª parte – Revisões de algumas noções básicas

### I – Generalidades sobre equações algébricas

1. Generalidades sobre equações algébricas
2. Álgebra dos monómios e dos polinómios
3. Zeros (graus de multiplicidade) de um polinómio inteiro em  $x$  e o Teorema Fundamental da Álgebra

4. Decomposição de polinómio em factores
5. Equações algébricas sua resolução

## II – Noções básicas sobre funções

1. Noção de função
2. Operações com funções
3. Funções algébricas
  - 3.1. Função racional inteira
  - 3.2. Representações geométricas de algumas funções racionais inteiras
  - 3.3. Funções racionais fraccionárias
    - 3.3.1. Decomposição em elementos simples de fracções racionais próprias
    - 3.3.2. Decomposição em elementos simples de fracções racionais impróprias
  - 3.4. Funções irracionais
4. Principais funções elementares

## III – Limites e continuidade

1. Noção de limite
2. Continuidade de uma função
3. Assíntotas do gráfico de uma função

## IV – Derivada e diferencial

1. Noção de derivada
2. Regras de derivação
3. Derivadas de ordem superior à primeira
4. Derivadas de funções implícitas
5. Derivadas de funções definidas sob a forma paramétrica
6. Diferencial de uma função



7. Aplicações do conceito de derivada
  - 7.1. Equação da recta tangente a uma curva num ponto
  - 7.2. Equação da recta normal a uma curva num ponto

## 3ª Parte: Análise Matemática Real

### I - Primitivas

1. Definição e generalidades
2. Primitivas imediatas e quase-imediatas
3. Métodos de primitivação
  - 3.1. Método de primitivação por decomposição
  - 3.2. Método de primitivação por partes
  - 3.3. Método de primitivação por substituição
4. Primitivação de funções trigonométricas
  - 4.1. Potências (pares e ímpares) de funções trigonométricas
  - 4.2. Produtos em que aparecem factores do tipo  $\sin(mx)$  e  $\cos(nx)$
5. Primitivação de funções racionais
  - 5.1. Definição de fracção racional própria e imprópria
  - 5.2. Decomposição de uma fracção racional em elementos simples
  - 5.3. Primitivação de funções racionais

### II – Integrais

1. Somas de Darboux. Definição de integral simples de Riemann e sua interpretação geométrica
2. Condições de integrabilidade
3. Propriedades dos integrais
4. Teorema da média do cálculo integral
5. Integral função do seu limite superior: integral indefinido
6. Fórmula fundamental do cálculo integral



7. Métodos de integração
  - 7.1. Método de integração por decomposição
  - 7.2. Método de integração por partes
  - 7.3. Método de integração por substituição
8. Extensão da noção de integral
  - 8.1. Integrais impróprios ou de Riemann-Cauchy
  - 8.2. Integrais de limite(s) infinito(s)
9. Aplicações geométricas dos integrais
  - 9.1. Cálculo de áreas de regiões planas em coordenadas cartesianas
  - 9.2. Cálculo de comprimentos de linhas planas

### III – Funções em $\mathbb{R}^n$ .

1. Breves noções topológicas em  $\mathbb{R}^n$
2. Definição de funções em  $\mathbb{R}^n$ . Domínio de definição. Representação gráfica
3. Limites e continuidade
4. Derivadas parciais
  - 4.1. Derivadas parciais de 1ª ordem
  - 4.2. Derivadas parciais de ordem superior á primeira. Teorema de Schwarz
5. Funções homogéneas. Fórmula ou identidade de Euler
6. Diferencial de uma função em  $\mathbb{R}^n$ 
  - 6.1. Definição de diferencial total e de diferenciais parciais de uma função em  $\mathbb{R}^n$  num ponto
  - 6.2. Aplicações do conceito de diferencial de uma função em  $\mathbb{R}^2$ 
    - 6.2.1. No cálculo aproximado do acréscimo de uma função  $f(x, y)$ , correspondente a um acréscimo das variáveis independentes  $x$  e  $y$ .
    - 6.2.2. No cálculo aproximado de certos valores numéricos
7. Fórmula de Taylor para funções em  $\mathbb{R}^2$
8. Extremos de funções em  $\mathbb{R}^2$  em pontos interiores ao seu domínio
  - 8.1. Definições e generalidades
  - 8.2. Extremos livres

8.3. Extremos condicionados (ou ligados). Método dos multiplicadores de Lagrange.

#### IV – Equações diferenciais lineares de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordens

1. Noções preliminares
  - 1.1. Definição de equação diferencial
  - 1.2. Solução geral e soluções particulares
  - 1.3. Condições iniciais (ou de fronteira)
2. Equações diferenciais lineares de 1<sup>a</sup> ordem
3. Equações diferenciais de 2<sup>a</sup> ordem com coeficientes constantes



## Bibliografia

- Jesus Caraça, B.: *Lições de Álgebra e Análise* (Vol. I e II)
- Stein: *Introduction to Matrices and Determinants*, Wadsworth Belmonte, Califórnia
- Zchirsky: *A first course in Linear Algebra*, Academic Press, New York, 1968
- Jesus Caraça. B.: *Lições de Álgebra e Análise - Vol I e II*
- Santos Guerreiro, J.: *Curso de Matemáticas Gerais*
- Azenha, Acilina & Jerónimo, M Amélia: *Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^n$* , McGraw-Hill, Portugal
- Leithold, Louis: *Matemática Aplicada á Economia e Administração*, Editora Harba
- Chiang, Alpha: *Matemática para Economistas*, McGraw-Hill
- Piskounov, N.: *Cálculo Diferencial e Integral -Vol I e II*, Editora Lopes da Silva
- Berman, G.N.: *A collection of problems on a Course of Mathematical Analysis*
- Courant, R.: *Differential and Integral Calculus – Vol I*
- Saraiva, Maria dos Anjos F& Silva, Maris Aldina Carvalho: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* , Livraria Almedina-Coimbra
- Baptista, M. Olga: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}$* , Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Primitivas e Integrais*, Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Exercícios de Primitivas e Integrais*, Edições Silabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* . Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M.: *Exercícios de Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* , Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Programação Matemática*, Edições Sílabo
- Ramalhete, M & Guerreiro, J. & Magalhães, A.: *Programação Linear - Vol I*, McGraw-Hill, Portugal



## Avaliação

A aferição da aquisição de conhecimentos é feita, em época normal e em época de recurso, através de uma prova escrita (classificada de 0 a 20 valores) sobre toda a matéria leccionada ao longo do 1º Semestre. Para a realização da prova escrita só serão permitidas máquinas de calcular científicas elementares. A época normal é constituída por uma frequência e por um exame de 1ª época; a época de recurso é constituída por um exame de 2ª época.

A avaliação por frequência é constituída por duas frequências, sendo a nota final a média aritmética das duas. Só serão elegíveis à segunda frequência os alunos que obtiveram uma classificação superior ou igual a 6,5 valores na primeira frequência. A média das frequências é feita com as notas efectivamente obtidas e não arredondadas às unidades. Dispensarão de exame os alunos cuja média das frequências seja superior ou igual a 10 (dez) valores, sendo que a classificação da segunda frequência não pode ser inferior a 6 valores.

Tanto no exame de 1ª época como no exame de 2ª época, o aluno é aprovado se obtiver um classificação superior ou igual a 10 (dez) valores, sendo que se obtiver 9 (nove) valores poderá comparecer a uma prova oral.

Em qualquer das épocas de avaliação, os alunos com nota superior a 15 (quinze) valores terão que efectuar um prova oral de avaliação dos conhecimentos. Na realização desta prova, o aluno tem assegurada classificação mínima de 15 valores.

A assiduidade às aulas práticas dos alunos ordinários será controlada, sendo obrigatória a presença em pelo menos 28 aulas, havendo lugar a penalização pelas faltas, segundo o seguinte quadro:

Entre 9 e 10 faltas	Será retirada à nota de frequência 0,5 valores
Entre 11 e 12 faltas	Será retirada à nota de frequência 1 valor
A partir de 13 faltas	O aluno ficará admitido a exame