



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E DO ENSINO SUPERIOR  
DIRECÇÃO-GERAL DO ENSINO SUPERIOR  
INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR

**ESCOLA SUPERIOR DE GESTÃO DE TOMAR**

**Licenciatura Bi-etápica  
em  
Gestão de Comércio e Serviços**

**Programa**

**2003 - 2004**

# Matemáticas Gerais

Docente: Mestre Cristina Andrade (Assistente 2º Triénio)



INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR  
Escola Superior de Gestão de Tomar

Área Interdepartamental de Matemática

Licenciatura Bi-Etápica em Gestão de Comércio e Serviços

## Matemáticas Gerais

**Ano lectivo:** 2003 - 2004

**Regime:** Anual

**Ano do Curso:** 1º Ano

**Carga Horária Semanal:** 2T + 3P

**Docentes:** Mestre Cristina Andrade (Assistente do 2º Triénio)

---

### Programa

#### 1ª parte – Revisões de algumas noções básicas

##### I – Generalidades sobre equações algébricas

1. Generalidades sobre equações algébricas
2. Álgebra dos monómios e dos polinómios
3. Zeros (graus de multiplicidade) de um polinómio inteiro em  $x$  e o Teorema Fundamental da Álgebra
4. Decomposição de polinómio em factores
5. Equações algébricas sua resolução

## **II – Noções básicas sobre funções**

1. Noção de função
2. Operações com funções
3. Funções algébricas
  - 3.1. Função racional inteira
  - 3.2. Representações geométricas de algumas funções racionais inteiras
  - 3.3. Funções racionais fraccionárias
  - 3.4. Funções irracionais
4. Principais funções elementares

## **III – Limites e continuidade**

1. Noção de limite
2. Continuidade de uma função
3. Assíntotas do gráfico de uma função

## **IV – Derivada e diferencial**

1. Noção de derivada
2. Regras de derivação
3. Derivadas de ordem superior à primeira
4. Derivadas de funções implícitas
5. Derivadas de funções definidas sob a forma paramétrica
6. Diferencial de uma função
7. Aplicações do conceito de derivada
  - 7.1. Equação da recta tangente a uma curva num ponto
  - 7.2. Equação da recta normal a uma curva num ponto

## 2ª Parte: Análise Matemática Real

### I - Primitivas

1. Definição e generalidades
2. Primitivas imediatas e quase-imitadas
3. Métodos de primitivação
  - 3.1. Método de primitivação por decomposição
  - 3.2. Método de primitivação por partes
  - 3.3. Método de primitivação por substituição
4. Primitivação de funções trigonométricas
  - 4.1. Potências (pares e ímpares) de funções trigonométricas
  - 4.2. Produtos em que aparecem factores do tipo  $\sin(mx)$  e  $\cos(nx)$
5. Primitivação de funções racionais
  - 5.1. Definição de fracção racional própria e imprópria
  - 5.2. Primitivação de funções racionais

### II – Integrais

1. Somas de Darboux. Definição de integral simples de Riemann e sua interpretação geométrica
2. Condições de integrabilidade
3. Propriedades dos integrais
4. Teorema da média do cálculo integral
5. Integral função do seu limite superior: integral indefinido
6. Fórmula fundamental do cálculo integral
7. Métodos de integração
  - 7.1. Método de integração por decomposição
  - 7.2. Método de integração por partes
  - 7.3. Método de integração por substituição
8. Extensão da noção de integral

- 8.1. Integrais impróprios ou de Riemann-Cauchy
- 8.2. Integrais de limite(s) infinito(s)
- 9. Aplicações geométricas dos integrais
  - 9.1. Cálculo de áreas e volumes de regiões planas em coordenadas cartesianas
  - 9.2. Cálculo de comprimentos de linhas planas

### III – Funções em $\mathbb{R}^n$ .

- 1. Breves noções topológicas em  $\mathbb{R}^n$
- 2. Definição de funções em  $\mathbb{R}^n$ . Domínio de definição. Representação gráfica
- 3. Derivadas parciais
  - 3.1. Derivadas parciais de 1ª ordem
  - 3.2. Derivadas parciais de ordem superior á primeira. Teorema de Schwarz
- 4. Funções homogéneas. Fórmula ou identidade de Euler
- 5. Diferencial de uma função em  $\mathbb{R}^n$ 
  - 5.1. Definição de diferencial total e de diferenciais parciais de uma função em  $\mathbb{R}^n$  num ponto
  - 5.2. Aplicações do conceito de diferencial de uma função em  $\mathbb{R}^2$ 
    - 5.2.1. No cálculo aproximado do acréscimo de uma função  $f(x,y)$ , correspondente a um acréscimo das variáveis independentes  $x$  e  $y$ .
    - 5.2.2. No cálculo aproximado de certos valores numéricos
- 6. Fórmula de Taylor para funções em  $\mathbb{R}^2$
- 7. Extremos de funções em  $\mathbb{R}^2$  em pontos interiores ao seu domínio
  - 7.1. Definições e generalidades
  - 7.2. Extremos livres
  - 7.3. Extremos condicionados (ou ligados). Método dos multiplicadores de Lagrange.



## IV – Equações diferenciais lineares de 1ª e 2ª ordens

1. Noções preliminares
  - 1.1. Definição de equação diferencial
  - 1.2. Solução geral e soluções particulares
  - 1.3. Condições iniciais (ou de fronteira)
2. Equações diferenciais lineares de 1ª ordem
3. Equações diferenciais de 2ª ordem com coeficientes constantes

## 3ª Parte – ÁLGEBRA LINEAR

### I – Revisões de algumas noções básicas

1. Propriedades das operações com números reais
2. Operações com números racionais
3. Operações com números complexos

### II - Matrizes

1. Generalidades sobre matrizes
2. Álgebra de matrizes
3. Vectores
4. Dependência e independência linear das filas de uma matriz
  - 4.1. As três operações elementares sobre uma matriz. Teorema sobre dependência e independência linear das linhas (colunas) de uma matriz
  - 4.2. Condensação e característica de uma matriz
5. Sistemas de equações lineares
  - 5.1. Teorema de Rouché
  - 5.2. Sistemas de equações lineares homogêneos
6. Matrizes especiais
7. Inversão de matrizes

### III - Determinantes

1. Definição
  - 1.1. Determinante menor, menor complementar e complemento algébrico
  - 1.2. Propriedades dos determinantes
  - 1.3. Teorema de Jacobi (extensão do teorema de *Laplace*)
2. Determinantes especiais
3. Composição e decomposição de determinantes
4. Característica de um determinante
5. A teoria dos determinantes e a inversão de uma matriz
6. Aplicação aos sistemas de equações lineares
  - 6.1. Sistemas de equações lineares homogêneos



## Bibliografia

- Jesus Caraça, B.: *Lições de Álgebra e Análise* (Vol. I e II)
- Stein: *Introduction to Matrices and Determinants*, Wadsworth Belmonte, Califórnia
- Zchirsky: *A first course in Linear Algebra*, Academic Press, New York, 1968
- Jesus Caraça. B.: *Lições de Álgebra e Análise - Vol I e II*
- Santos Guerreiro, J.: *Curso de Matemáticas Gerais*
- Azenha, Acilina & Jerónimo, M Amélia: *Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^n$* , McGraw-Hill, Portugal
- Leithold, Louis: *Matemática Aplicada á Economia e Administração*, Editora Harba
- Chiang, Alpha: *Matemática para Economistas*, McGraw-Hill
- Piskounov, N.: *Cálculo Diferencial e Integral -Vol I e II*, Editora Lopes da Silva
- Berman, G.N.: *A collection of problems on a Course of Mathematical Analysis*
- Courant, R.: *Diferencial and Integral Calculus – Vol I*
- Saraiva, Maria dos Anjos F& Silva, Maris Aldina Carvalho: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* , Livraria Almedina-Coimbra
- Baptista, M. Olga: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}$* , Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Primitivas e Integrais*, Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Exercícios de Primitivas e Integrais*, Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* . Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M.: *Exercícios de Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* , Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Programação Matemática*, Edições Sílabo
- Pires, Cesaltina Pires: *Cálculo para Economistas*, McGraw Hill
- Dowling, Edward T. : *Cálculo para economia, gestão e ciências sociais*, McGraw Hill



## Avaliação

A aferição da aquisição de conhecimentos é feita, em época normal e em época de recurso, através de uma prova escrita (classificada de 0 a 20 valores) sobre toda a matéria leccionada ao longo do ano. Para a realização da prova escrita só serão permitidas máquinas de calcular científicas elementares. A época normal é constituída por uma frequência e por um exame de 1ª época; a época de recurso é constituída por um exame de 2ª época.

A avaliação por frequência é constituída por uma frequência e um conjunto de testes (de carácter obrigatório) efectuados no decorrer do ano lectivo. A nota final é a média ponderada das duas avaliações, sabendo que os testes e a frequência têm um peso de 50%. Só serão elegíveis à frequência os alunos que obtiverem uma classificação superior ou igual a 6,5 valores nos testes efectuados. A média dos testes e frequência é feita com as notas efectivamente obtidas e não arredondadas às unidades. Dispensarão de exame os alunos cuja média das frequências seja superior ou igual a 10 (dez) valores, sendo que a classificação da segunda frequência não pode ser inferior a 6 valores.

Tanto no exame de 1ª época como no exame de 2ª época, o aluno é aprovado se obtiver um classificação superior ou igual a 10 (dez) valores, sendo que se obtiver 9 (nove) valores poderá comparecer a uma prova oral. Os alunos inscritos para a época especial de 1º ciclo, beneficiarão ainda de uma prova oral, caso a classificação do exame da época anteriormente referida seja superior a 7 valores.

Em qualquer das épocas de avaliação, os alunos com nota superior a 15 (quinze) valores terão que efectuar um prova oral de avaliação dos conhecimentos. Na realização desta prova, o aluno tem assegurada classificação mínima de 15 valores.

A assiduidade ás aulas práticas dos alunos ordinários será controlada, sendo obrigatória a presença em pelo menos 28 aulas, havendo lugar a penalização pelas faltas, segundo o seguinte quadro:

Entre 9 e 10 faltas	Será retirada à nota de frequência 0,5 valores
Entre 11 e 12 faltas	Será retirada à nota de frequência 1 valor
A partir de 13 faltas	O aluno ficará admitido a exame