



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E DO ENSINO SUPERIOR  
DIRECÇÃO-GERAL DO ENSINO SUPERIOR  
INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR

**ESCOLA SUPERIOR DE GESTÃO DE TOMAR**

Licenciatura Bi-etápica

em

Gestão de Comércio e Serviços

Programa

2004/2005

# Matemáticas Gerais

Docente: Ana Cristina Nata

*Ana Cristina Beceira Nata dos Santos*



INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR  
Escola Superior de Gestão de Tomar

Área Interdepartamental de Matemática

Licenciatura Bi-Etápica em Gestão de Comércio e Serviços

## Matemáticas Gerais

**Ano lectivo:** 2004/05

**Regime:** Anual

**Ano do Curso:** 1º Ano

**Carga Horária Semanal:** 2T + 3P

**Docentes:** Mestre Ana Cristina Nata (Assistente do 2º Triénio)

---

### Objectivos

Com a disciplina de Matemáticas Gerais pretende-se que o aluno adquira os conceitos matemáticos necessários ao estudo de realidades de natureza económica e social. Neste sentido, os conceitos são apresentados de um ponto de vista matemático, mas ressaltando sempre a ligação directa à vertente prática das várias aplicações que os caracteriza. Deste modo, pretende-se os conceitos sejam introduzidos por forma a servirem de apoio a todas as disciplinas do curso que deles necessitem.

O programa da disciplina integra conhecimentos de Análise Matemática Real e de Álgebra Linear.

---

### Programa

#### 1ª PARTE – Revisões de algumas noções básicas

##### I – Os sistemas numéricos

1. Generalidades sobre números; perspectiva histórica
  - 1.1. O problema da contagem: a sucessão dos números naturais
  - 1.2. Os números inteiros e o símbolo zero
  - 1.3. O problema da medida: os números racionais
  - 1.4. Crítica do problema da medida: os números reais
  - 1.5. Evolução histórica dos números irracionais
  - 1.6. Números algébricos e números transcendententes
  - 1.7. Conceito de número relativo
  - 1.8. Os números complexos
2. Propriedades dos números racionais
3. Operações com números reais
4. Operações com números complexos

## II – Revisões sobre o Cálculo Algébrico

1. Generalidades
  - 1.1. Expressões algébricas (racionais)
  - 1.2. Monómio e polinómios
2. Álgebra dos polinómios
  - 2.1. Adição e subtracção
  - 2.2. Multiplicação: casos notáveis da multiplicação
  - 2.3. Divisão: algoritmo da divisão inteira. Caso particular da divisão de um polinómio por um binómio do tipo  $x - \alpha$  (Regra de Ruffini)
3. Zeros (simples e múltiplos) de um polinómio inteiro em  $x$  e o Teorema fundamental da Álgebra (Teorema de Gauss D'Alembert)
4. Decomposição de um polinómio em factores
5. Equações algébricas
6. Equações fraccionárias
7. Inequações
8. Sistemas de equações lineares: método da substituição, método da adição ordenada e método misto

## III – Primeiras noções sobre funções

1. Noção de função
2. Zeros de uma função
3. Funções injectivas, sobrejectivas e bijectivas
4. Composição de funções
5. Função inversa
6. Operações com funções
7. Funções algébricas elementares
  - 7.1. Função racional inteira: função constante, função afim e função quadrática
  - 7.2. Função módulo
  - 7.3. Funções irracionais
8. Funções transcendentais elementares
  - 8.1. Função potência
  - 8.2. Função exponencial
  - 8.3. Função logarítmica
  - 8.4. Funções trigonométricas ou circulares (directas e inversas)

## IV – Limites e continuidade

1. Noção de limite
  - 1.1. Noções topológicas
  - 1.2. Limite de uma função num ponto (*Heine*)
  - 1.3. Limites laterais
  - 1.4. Limites infinitos
  - 1.5. Propriedades dos limites de funções
  - 1.6. Referência às indeterminações
2. Continuidade de uma função

## V – A derivada

1. Noção de derivada
  - 1.1. Definição de derivada de uma função num ponto
  - 1.2. Derivadas laterais
  - 1.3. Interpretação geométrica do conceito de derivada: equação da recta tangente e da recta normal ao gráfico de uma função num ponto
  - 1.4. Derivabilidade e continuidade
  - 1.5. Função derivada
2. Regras de derivação
3. Derivadas de ordem superior à primeira
4. Aplicações do conceito de derivada ao cálculo dos pontos extremos de uma função

## 2ª PARTE – Álgebra Linear

### I - Matrizes

1. Generalidades
2. Álgebra de matrizes
3. Matrizes especiais
  - 3.1. Matriz transposta, matrizes simétricas e anti-simétricas
  - 3.2. Matriz conjugada e matriz transconjugada
  - 3.3. Matrizes hermíticas e anti-hermíticas
4. O termo vector dado às matrizes-fila
5. Dependência e independência linear das filas paralelas de uma matriz
  - 5.1. As três operações elementares sobre uma matriz
  - 5.2. Teorema sobre dependência e independência linear das linhas (e colunas) de uma matriz
  - 5.3. Condensação e característica de uma matriz
6. Sistemas de equações lineares
  - 6.1. Teorema de Rouché.
  - 6.2. Método de eliminação de Gauss
  - 6.3. Sistemas homogéneos
7. Inversão de matrizes

### II - Determinantes

1. Definição
  - 1.1. Determinante menor, menor complementar e complemento algébrico
  - 1.2. Propriedades dos determinantes
2. Teorema de Laplace
3. A teoria dos determinantes e a inversão de matrizes
4. Cálculo da característica de uma matriz por recurso à teoria dos determinantes
5. Aplicação da teoria dos determinantes à resolução de sistemas de equações lineares possíveis e determinados: Regra de Cramer

## 3ª PARTE – Análise Matemática Real

### I - Primitivas

1. Definição e generalidades
2. Propriedades das primitivas
3. Primitivas imediatas e quase-imediatas
4. Métodos de primitivação
  - 4.1. Método de primitivação por decomposição
  - 4.2. Método de primitivação por partes
5. Primitivação de funções racionais
  - 5.1. Definição de fracção racional própria e imprópria
  - 5.2. Decomposição de uma fracção racional em elementos simples
  - 5.3. Primitivação de funções racionais

### II – Integrais

1. Definição de integral simples de Riemann e sua interpretação geométrica (somadas de Darboux)
2. Condições de integrabilidade
3. Propriedades dos integrais
4. Fórmula fundamental do cálculo integral
5. Teorema da média do cálculo integral
6. Métodos de integração
  - 6.1. Método de integração por decomposição
  - 6.2. Método de integração por partes
7. Extensão da noção de integral: integrais de limite(s) infinito(s)
8. Aplicações geométricas dos integrais ao cálculo de áreas de regiões planas em coordenadas cartesianas

### III – Funções em $\mathbb{R}^n$

1. Conjunto de pontos em  $\mathbb{R}^n$
2. Domínios de definição e sua representação gráfica
3. Breve referência aos limites (limite de uma função num ponto, limites direccionais e limites iterados ou sucessivos) e à continuidade
4. Derivadas parciais
5. Fórmula de *Taylor*. Aplicação à determinação dos extremos livres e dos extremos ligados ou condicionados em pontos interiores ao domínio da função

---

## Bibliografia

- Jesus Caraça, B.: *Lições de Álgebra e Análise* (Vol. I e II)
- Stein: *Introduction to Matrices and Determinants*, Wadsworth Belmonte, Califórnia
- Zchirsky: *A first course in Linear Algebra*, Academic Press, New York, 1968
- Santos Guerreiro, J.: *Curso de Matemáticas Gerais*
- Azenha, Acilina & Jerónimo, M Amélia: *Elementos de Cálculo Diferencial e Integral em  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^n$* , McGraw-Hill, Portugal
- Leithold, Louis: *Matemática Aplicada à Economia e Administração*, Editora Harba
- Chiang, Alpha: *Matemática para Economistas*, McGraw-Hill
- Piskounov, N.: *Cálculo Diferencial e Integral -Vol I e II*, Editora Lopes da Silva
- Berman, G.N.: *A collection of problems on a Course of Mathematical Analysis*
- Courant, R.: *Diferencial and Integral Calculus – Vol I*
- Saraiva, Maria dos Anjos F& Silva, Maris Aldina Carvalho: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* , Livraria Almedina-Coimbra
- Baptista, M. Olga: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}$* , Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Primitivas e Integrais*, Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Exercícios de Primitivas e Integrais*, Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M. & Amaral. Isabel: *Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* . Edições Sílabo
- Ferreira, M. A. M.: *Exercícios de Cálculo Diferencial em  $\mathbb{R}^n$* , Edições Sílabo

# Avaliação

## 1ª Modalidade: Frequência e Mini-Testes

A aferição da aquisição de conhecimentos é feita do seguinte modo:

- Duas frequências (classificadas de 0 a 20 valores) realizadas ao longo do ano, uma referente à matéria do 1º Semestre e a outra referente à matéria do 2º Semestre. Ambas as frequências são sem consulta e só será permitido o uso de uma máquina de calcular científica elementar.

- Dois mini-testes (classificados de 0 a 20 valores) um realizado ao longo do 1º Semestre e outro realizado ao longo do 2º Semestre. Ambos os mini-testes são sem consulta e só será permitido o uso de uma máquina de calcular científica elementar.

- O aluno terá de ter nota mínima de 6.5 valores na 1ª Frequência e de 6 valores na 2ª Frequência. Não existe nota mínima nos mini-testes. Para o aluno ser aprovado terá que ter uma nota final superior ou igual a 10 valores.

- Se o aluno tiver uma nota inferior à nota mínima em cada uma das frequências fica admitido a exame (ver 2ª modalidade).

- A nota (não arredondada) do 1º Semestre é dada por:

$$N_1 = \max\{F_1, 0.2M_1 + 0.8F_1\}, \text{ onde:}$$

$F_1$  = nota da 1ª Frequência (não arredondada)

$M_1$  = nota do 1º Mini-teste (não arredondada)

- A nota (não arredondada) do 2º Semestre é dada por:

$$N_2 = \max\{F_2, 0.2M_2 + 0.8F_2\}, \text{ onde:}$$

$F_2$  = nota da 2ª Frequência (não arredondada)

$M_2$  = nota do 2º Mini-teste (não arredondada)

- A nota final (arredondada às unidades) é dada por:

$$\text{Nota Final} = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

## 2ª Modalidade: Exame



- O aluno é admitido a exame se:
  - não fez uma das frequências
  - obteve em pelo menos uma das frequências uma nota inferior à nota mínima
  - fez ambas as frequências e os dois mini-testes, mas obteve uma nota inferior a 10 valores.
  
- O exame poderá ser na época normal ou de recurso e consiste numa prova escrita (classificada de 0 a 20 valores) sobre toda a matéria leccionada ao longo do ano e sem consulta. Os exames (tanto de época normal como de recurso) realizar-se-ão no final do 2º Semestre (Junho/Julho).
  
- Um aluno é aprovado em exame se obtiver uma nota final superior ou igual a 10 valores.
  
- A nota dos mini-testes só é tida em conta para o exame de época normal. Neste caso, a nota final (arredondada às unidades) é dada por:

$$\text{Nota Final} = \max\{E, 0.2M + 0.8E\}, \text{ onde:}$$

E = nota do Exame (não arredondada)

M = média das notas dos dois Mini-testes (não arredondadas)

Em qualquer uma das modalidades acima indicadas: os alunos cuja classificação final for superior ou igual a 16 (Dezasseis) valores estão sujeitos a uma prova complementar oral e facultativa. Em caso de não comparência à referida prova, a classificação final do aluno é de 16 valores, sendo que na realização da mesma, o aluno tem assegurada a classificação mínima de 16 valores